

KOMBINATORIKA je oblasť diskkrétnej matematiky zaoberajúca sa predovšetkým počtom spôsobov výberu, zoradenia a usporiadania objektov danej konečnej množiny.

K základným metódam počítania patria kombinatorické pravidlá súčtu a súčinu.

- **KOMBINATORICKÉ PRAVIDLO SÚČTU** hovorí, že počet prvkov $|M|$ množiny M je rovný súčtu počtu prvkov k disjunktných podmnožín, na ktoré sme množinu M rozdelili:

$$M = M_1 \cup M_2 \cup \dots \cup M_k \Rightarrow |M| = |M_1| + |M_2| + \dots + |M_k|$$

- **KOMBINATORICKÉ PRAVIDLO SÚČINU** hovorí, že počet možností výberu dvoch prvkov a, b , pričom prvok a vyberáme z konečnej neprázdnej množiny A a prvok b vyberáme nezávisle z konečnej neprázdnej množiny B , je súčin $|A||B|$.

V kombinatorike sa často využíva funkcia faktoriál a symbol kombinačného čísla.

FAKTORIÁL $n!$ je funkcia definovaná pre $n \in N_0$:

$$n! = \prod_{i=1}^n i$$

pričom $0! = 1$.

KOMBINAČNÉ ČÍSLO „ n nad k “, $n \geq k$ je skrátenu formou zápisu výrazu

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Pre každé $n \in N$ a $k \leq n, k \in N$ platia základné vlastnosti kombinačných čísel:

$$\binom{n}{0} = 1$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$\binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

Posledná vlastnosť umožňuje výpočet kombinačných čísel len pomocou operácie sčítania a zostavenie **PASCALOVHO TROJUHLNÍKA**, pre ktorý platí

- je osovo súmerný cez zvislú os
- k -te číslo v n -tom riadku je „ $n + 1$ nad $k - 1$ “
- súčet čísel v $(n + 1)$ -vom riadku je 2^n

Základné typy kombinatorických úloh sú permutácie, variácie a kombinácie (všetky bez opakovania i s opakovaním).

PERMUTÁCIA bez opakovania je zoradením (usporiadanou n -ticou) prvkov danej n -prvkovej množiny. Počet permutácií

$$P(n) = n!$$

PERMUTÁCIA S OPAKOVANÍM je usporiadaním n_1 prvkov jedného druhu, n_2 prvkov druhého druhu, ..., n_k prvkov k -teho druhu. Počet permutácií s opakovaním je

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \dots + n_k)!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

KOMBINÁCIA je výber k prvkov z n -prvkovej množiny, pričom na poradí vyberania nezáleží a každý prvok môže byť vybraný najviac raz. Počet k -prvkových kombinácií z n prvkov je

$$K(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!k!} = \binom{n}{k}$$

KOMBINÁCIA S OPAKOVANÍM je výber k objektov z n prvkov, pričom na poradí vyberania nezáleží, ale každý prvok môže byť vybraný ľubovoľne veľa krát. Počet k -prvkových kombinácií s opakovaním z n prvkov je

$$K'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

VARIÁCIA je usporiadaná k -tica prvkov vytvorená z prvkov n -prvkovej množiny bez opakovania. Počet k -prvkových variácií z n prvkov je

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!} = k! \binom{n}{k}$$

VARIÁCIA S OPAKOVANÍM je usporiadaná k -tica prvkov vytvorená z prvkov n -prvkovej množiny bez obmedzenia na počet výberov jedného prvku. Počet k -prvkových variácií s opakovaním z n prvkov je

$$V'(k, n) = n^k$$