

VÝROK je oznamovacia veta, u ktorej má zmysel uvažovať, či je pravdivá, alebo nepravdivá.

- | | |
|---|----------------|
| <i>Prvočísel je nekonečne veľa.</i> | (je výrok) |
| <i>Táto veta je nepravdivá.</i> | (nie je výrok) |
| <i>Volajte s T-Mobileom zadarmo vždy a všade!</i> | (nie je výrok) |

VÝROKOVÁ FORMA $V(x)$ je oznamovacia veta obsahujúca premennú x , pričom po dosadení čísla resp. objektu za x sa stáva výrokom. Množina takých x , ktorých dosadením do $V(x)$ vznikne pravdivý výrok, sa nazýva **OBOR PRAVDIVOSTI** výrokovej formy $V(x)$.

PRAVDIVOSTNÁ HODNOTA $P(V)$ výroku V je

- 1, ak výrok je pravdivý
- 0, ak výrok je nepravdivý

HYPOTÉZA (domnienka) je výrok, ktorého pravdivostná hodnota zatiaľ nie je známa.

Existuje nekonečne veľa dvojíc prvočísel, ktorých rozdiel je 2.

AXIÓMA je elementárne tvrdenie o vlastnostiach základných pojmov, ktoré sa považuje za očividné a teda pravdivé bez toho, aby bolo dokázané.

Pre ľubovoľnú premennú x je vzorec $x = x$ všeobecne platný.

NEGÁCIA V' (resp. $\neg V$) výroku V je výrok, ktorý popiera pravdivosť výroku V .

Platí $P(V') = 1 - P(V)$.

ZLOŽENÝ VÝROK je výrok skladajúci sa z jednoduchých výrokov prepojených **LOGICKÝMI SPOJKAMI**:

- konjunkcia $A \wedge B$ A a B
- disjunkcia $A \vee B$ A alebo B (alternatíva)
- implikácia $A \Rightarrow B$ ak A , tak B
- ekvivalencia $A \Leftrightarrow B$ A práve vtedy, keď B (obojsmerná implikácia)

TAUTOLÓGIA Z je každý taký zložený výrok, kde $P(Z) = 1$ nezávisle od pravdivosti výrokov, z ktorých pozostáva.

KONTRADIKCIA je každý taký zložený výrok, ktorého negácia je tautológia.

DE MORGANOVE PRAVIDLÁ (tautológie):

- $(A \wedge B)' \Leftrightarrow (A' \vee B')$
- $(A \vee B)' \Leftrightarrow (A' \wedge B')$

Implikáciu $A \Rightarrow B$ možno preformulovať na:

- **NEGÁCIU** implikácie $A \wedge B'$ $P(B' \Rightarrow A') = 1 - P(A \Rightarrow B)$ → dôkaz **SPOROM**
- **OBRÁTENÚ** implikáciu $B \Rightarrow A$ $P(B' \Rightarrow A')$ nie je určená hodnotou $P(A \Rightarrow B)$
- **OBMENENÚ** implikáciu $B' \Rightarrow A'$ $P(B' \Rightarrow A') = P(A \Rightarrow B)$ → **NEPRIAMY** dôkaz

KVANTIFIKOVANÝ VÝROK je každý výrok obsahujúci **KVANTIFIKÁTOR**:

- **EXISTENČNÝ** (malý) kvantifikátor \exists „existuje“ $(\exists x; V(x))' \Leftrightarrow \forall x; V'(x)$
- **VŠEOBECNÝ** (veľký) kvantifikátor \forall „pre všetky“ $(\forall x; V(x))' \Leftrightarrow \exists x; V'(x)$

Dôkazy

NEGÁCIA EKIVALENCIE – dokazované tvrdenie: $(A \Leftrightarrow B)' \Leftrightarrow (A \wedge B') \vee (A' \wedge B)$

Dôkaz pomocou tabuľky pravdivostných hodnôt:

$P(A)$	$P(B)$	$P(A \Leftrightarrow B)$	$P((A \Leftrightarrow B)')$	$P((A \wedge B') \vee (A' \wedge B))$
1	1	1	0	0
1	0	0	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Algebraický dôkaz:

$$(A \Leftrightarrow B)' \Leftrightarrow [(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)]' \Leftrightarrow (A \Rightarrow B)' \vee (B \Rightarrow A)' \Leftrightarrow (A \wedge B') \vee (A' \wedge B)$$

Príklady z bývalých ročníkov EČ MS

Mama sa chystá piecť koláče. Ostatní členovia rodiny vyslovili tieto želania:

- Otec: „Upeč makovník alebo orechovník.“
- Syn: „Ak upečieš orechovník, tak upeč aj makovník alebo buchty.“
- Dcéra: „Ak upečieš buchty aj makovník, tak nepeč orechovník.“

Mama napokon upiekla len orechovník. Komu splnila želanie?

- (A) Len otcovi a dcére.
- (B) Len otcovi a synovi.
- (C) Len synovi a dcére.
- (D) Otcovi, synovi aj dcére.
- (E) Ani otcovi, ani synovi, ani dcére.

Ktoré z nasledujúcich tvrdení je pravdivé?

Ak $a > 1$, $b > 1$ sú dve rôzne prirodzené čísla, tak ich najmenší spoločný násobok

- (A) je vždy menší ako väčšie z čísel a , b
- (B) je vždy väčší ako menšie z čísel a , b
- (C) sa vždy rovná menšiemu z čísel a , b
- (D) sa vždy rovná väčšiemu z čísel a , b
- (E) sa vždy rovná súčinu čísel a , b

Z nasledujúcich výrokov vyberte negáciu výroku „V tomto školskom roku každý maturant na Slovensku píše maturitné testy aspoň z 3 predmetov.“.

- (A) V tomto školskom roku každý maturant na Slovensku píše maturitné testy najviac z 2 predmetov.
- (B) V tomto školskom roku každý maturant na Slovensku píše maturitné testy najviac z 3 predmetov.
- (C) V tomto školskom roku existuje na Slovensku aspoň jeden maturant, ktorý nepíše maturitné testy.
- (D) V tomto školskom roku existuje na Slovensku aspoň jeden maturant, ktorý píše maturitné testy najviac z 2 predmetov.
- (E) V minulom školskom roku existoval na Slovensku aspoň jeden maturant, ktorý písal maturitné testy najviac z 3 predmetov.

Rozhodnite, ktorý z nasledujúcich výrokov je negácia výroku: „Každé párne číslo je deliteľné štyrmi.“

- (A) Neexistuje párne číslo, ktoré je deliteľné štyrmi.
- (B) Existuje nepárne číslo, ktoré nie je deliteľné štyrmi.
- (C) Existuje nepárne číslo, ktoré je deliteľné štyrmi.
- (D) Existuje párne číslo, ktoré nie je deliteľné štyrmi.
- (E) Každé nepárne číslo je deliteľné štyrmi.

V novinách si Marián prečítal: „Každý, kto má maturitu a žije na Slovensku, musel počuť o Matejovi Belovi.“ Ak chce Marián dokázať, že uvedené tvrdenie je nepravdivé, tak musí ukázať, že existuje aspoň jeden človek, ktorý

- (A) žije na Slovensku, nemá maturitu a nepočul o Matejovi Belovi
- (B) nežije na Slovensku, nemá maturitu a nepočul o Matejovi Belovi
- (C) žije na Slovensku, nemá maturitu a počul o Matejovi Belovi
- (D) žije na Slovensku, má maturitu a nepočul o Matejovi Belovi
- (E) nežije na Slovensku, má maturitu a nepočul o Matejovi Belovi

Nech výroky A , B sú pravdivé a výrok C je nepravdivý. Ktorý z nasledujúcich zložených výrokov je pravdivý?

- (A) $(A \wedge B) \Rightarrow C$
- (B) $(B \wedge C) \Rightarrow A$
- (C) $(A \vee B) \Rightarrow C$
- (D) $A \Rightarrow (B \wedge C)$
- (E) $A \Rightarrow C$

Akú pravdivostnú hodnotu majú výroky A , B , C , ak viete, že implikácia $C \Rightarrow A$ je nepravdivá a implikácia $C \Rightarrow B$ je pravdivá?

- (A) A je pravdivý, B a C sú nepravdivé
- (B) B je pravdivý, A a C sú nepravdivé
- (C) C je pravdivý, A a B sú nepravdivé
- (D) A je nepravdivý, B a C sú pravdivé
- (E) B je nepravdivý, A a C sú pravdivé

Výroky A, B sú pravdivé, výrok C je nepravdivý. Koľko z nasledujúcich piatich výrokov je pravdivých:

$(A \wedge B') \Rightarrow C$, $(B \wedge C') \Rightarrow A$, $(C \wedge A') \Rightarrow B$, $(A \wedge B) \Rightarrow C'$, $(A \wedge C) \Rightarrow B'$

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5